

GRAWITACJA

- Kopernik – Kepler - Newton
- Spadanie ciał w polu grawitacyjnym
- Ruch po okręgu - Przyspieszenie dośrodkowe – Siła dośrodkowa
- Satelity - I prędkość kosmiczna - III prawo Keplera, a grawitacja
- Nieważkość

WSTĘP

Od tysięcy lat gatunek ludzki wpatruje się w gwiazdy. Zaledwie od kilkuset lat rozumiemy, że Ziemia nie jest centrum Wszechświata, a od kilkudziesięciu, że jesteśmy zaledwie niewielką cząstką, czegoś naprawdę ogromnego. Do początków XX wieku naszym pojęciem o Kosmosie rządziły głównie filozofia i religia, a wszelkie dyskusje rozstrzygano kierując się nie rozumowaniem i doświadczeniem, ale intuicją i obserwacją.

Najpierw teoria grawitacji Newtona, a potem koncepcje Einsteina czasu i przestrzeni, mechanika kwantowa oraz fizyka statystyczna zmieniły sposób patrzenia na gwiazdy. Prawdziwe rozmiary kosmosu potrafiłmy ocenić dopiero, gdy możliwe stało się wystrzelenie aparatury badawczej w przestrzeń kosmiczną. Dziś wiemy, że cały nasz obserwowalny Wszechświat, to tylko niewielki fragment powłoki ogromnego, ciągle rozszerzającego się „balonu”.

Czym jest Kosmos? Naukowcy jednoznacznie opisują go, jako przestrzeń poza obszarem ziemskiej atmosfery. Umownie przyjmuje się, że ta granica przebiega około 80-100 km nad powierzchnią Ziemi. Ale jak duży jest Kosmos? Nie wystarczy powiedzieć, że jest ogromny. Że istnieje od 14 miliardów lat. Że jesteśmy częścią galaktyki, którą nazywamy „Droga Mleczna”, która liczy około 150 miliardów gwiazd. Że udało nam się zaobserwować wiele miliardów takich galaktyk. Że nasz wszechświat ciągle się rozszerza. Że wreszcie, odległości między kosmicznymi obiektami są tak duże, że na razie możemy jedynie marzyć o prawdziwej kosmicznej podróży.

Żeby uzmysłowić sobie, z jakimi wielkościami mamy do czynienia, najlepiej je przeskalować, do wielkości, które łatwiej sobie wyobrazić.

Żyjemy na stosunkowo małej planecie, o promieniu około sześciu tysięcy kilometrów. Najważniejszym dla nas ciałem niebieskim, oprócz Księżyca jest Słońce, które jest oddalone od Ziemi 150 milionów kilometrów. Światło potrzebuje na przebycie dystansu Słońce - Ziemia, z prędkością 300 000 kilometrów na sekundę, około 8 minut.

Jeżeli zmniejszymy tę odległość do 1 milimetra (150 mln km!), wtedy najbliższa gwiazda (Alfa Centauri) znajdzie się mniej więcej, w odległości 300 metrów od Słońca. Do Słońca jeden milimetr, a do najbliższej gwiazdy około 300 metrów!

Słońce razem z całym otoczeniem gwiazdowym tworzy ogromny system zwany Droga Mleczną. W naszej umownej skali, ten ogromny dysk miałby średnicę około 6 tysięcy kilometrów, czyli tyle ile cała Ziemia. Światło potrzebuje na przebycie drogi od jednego końca tego dysku do drugiego około 100 tysięcy lat. W tym dysku mieści się około 100 miliardów gwiazd.

To wszystko, co dzisiaj wiemy o naszym świecie miało swój początek, a właściwie dwa początki. Pierwszym była teoria grawitacji Isaaca Newtona, a drugim ogólna i szczególna teoria względności Alberta Einsteina. Dzięki teorii grawitacji Newtona odkryliśmy, jak działa wszechświat i pod koniec XIX wieku uczonym zaczęło wydawać się że już wszystko zrozumieli, i nic ciekawego ich nie może w nauce spotkać.

Dzięki teorii względności okazało się, że nasz świat jest nieskończony i niepoznawalny, a jednak możliwy do matematycznego opisanie.

KOPERNIK – TEORIA HELIOCENTRYCZNA

https://pl.wikipedia.org/wiki/Miko%C5%82aj_Kopernik

https://pl.wikipedia.org/wiki/Teoria_geocentryczna

Kluczową rolę we wszechświecie odgrywa siła grawitacji. To właśnie dzięki niej istnieją gwiazdy, planety i inne kosmiczne obiekty. I to dzięki niej te wszystkie obiekty są w ciągłym ruchu. Jaką drogą ludzkość doszła do wiedzy, którą posiadamy dzisiaj?

Od „zawsze” wydawało się ludziom, że Ziemia jest centrum wszystkiego, i że w koło niej się wszystko kręci. Opisywała to teoria geocentryczna Ptolemeusza, zgodnie z którą sądzono, że Ziemia zajmuje w świecie pozycję uprzywilejowaną i wszystkie obiekty widziane na niebie krążą w koło niej, po mniej lub bardziej skomplikowanych orbitach. Uważano powszechnie, że skoro my się nie poruszamy, więc wszystko inne musi kręcić się wokół nas.

Problem sprawiały jedynie dziwne obiekty nazwane planetami, które poruszały się po niebie nieregularnie. Mimo tych niewytłumaczalnych zjawisk teoria geocentryczna przetrwała ponad 2000 lat.

Coraz dokładniejsze obserwacje nieba i pomiary w ruchach obiektów niebieskich przyczyniły się do prób innego wyjaśnienia tego, co się dzieje wokół nas.

Pierwszym poważnym krokiem na drodze do zrozumienia Wszechświata stała się teoria heliocentryczna Mikołaja Kopernika. W myśl tej teorii Ziemia i inne planety obiegają Słońce po kołowych orbitach. Taki sposób spojrzenia na świat kłócił się ze zdrowym rozsądkiem, codziennym doświadczeniem i utartymi poglądami, dlatego przez wiele lat teoria była zwalczana, a jej zwolennicy szykanowani. Dzięki odważnemu spojrzeniu na świat uważana jest za jedną z największych w dziejach myśli ludzkiej.

SYSTEM SŁONECZNY - SYMULACJA

<http://solarsystem.appzend.net/>

KEPLER – PRAWA RUCHU PLANET

https://pl.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler

https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawa_Keplera

<https://www.youtube.com/watch?v=BTj-sqhwYIY>

Johannes Kepler przez wiele lat prowadził obserwacje astronomiczne i udało mu się wymyślić prawa rządzące ruchem planet. To on pierwszy wprowadził pojęcie orbita i to on stwierdził, że planety poruszają się po elipsach. Nie rozumiał dlaczego planety krążą po elipsach i z różnymi prędkościami, ale wymyślił wzory, które pasowały do obserwowanych zjawisk.

Dzisiaj mówimy o tzw. prawach Keplera.

I prawo - Planety (w tym Ziemia) krążą po eliptycznych orbitach, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk elipsy.

II prawo - Promień wodzący planety zakreśla w jednakowych odcinkach czasu figury o takich samych powierzchniach. Im planeta bliżej słońca, tym jego szybkość wzrasta.

III prawo - Dla dowolnych dwóch planet stosunek ich okresów i promieni jest stały. A dokładniej kwadraty okresów i sześciiany promieni, co można zapisać w postaci wzoru: $\frac{T^2}{r^3} = const$

PRAWA KEPLERA

<http://cmf.p.lodz.pl/efizyka/mod/resource/view.php?id=65>

<http://cmf.p.lodz.pl/efizyka/mod/resource/view.php?id=66>

<http://efiz.pl/PLANETA/planeta4.html>

NEWTON – PRAWO POWSZECHNEGO CIAŻENIA

https://pl.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawo_powszechnego_ci%C4%85%C5%BCenia

https://pl.wikipedia.org/wiki/Zasady_dynamiki_Newtona

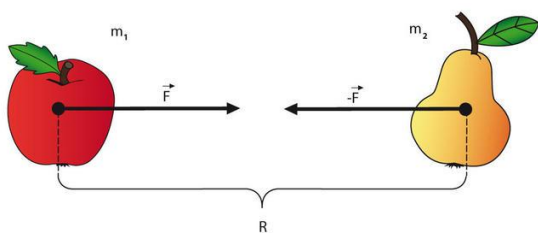
<https://pl.wikipedia.org/wiki/Grawitacja>

<https://www.youtube.com/watch?v=CzjZoxhUPP0>

Kopernik i Kepler opisywali ruchy planet. Starali się tak dopasować swoje obserwacje aby pasowały do modelu wszechświata, który sobie wymyślili. Nie analizowali przyczyn tego ruchu. Nie wiedzieli dlaczego planety się poruszają, i dlaczego poruszają się po torach eliptycznych.

Musiało minąć prawie 100 lat, by dzięki genialnej myśli angielskiego matematyka, sprawa ruchu planet została ostatecznie wyjaśniona.

Prawa fizyki sformułowane przez Newtona obowiązują do dzisiaj. Co ważniejsze, te prawa obowiązują w całym Wszechświecie i dotyczą zarówno przedmiotów nas otaczających na Ziemi, jak i ruchu planet, gwiazd i innych astronomicznych obiektów.



WNIOSKI

Jakie praktyczne wnioski wynikają z prawa powszechnego ciążenia?

Każde dwa ciała we wszechświecie się przyciągają: tablica z nauczycielem, tablica z kredą, kreda z księżycem, itd. Tego przyciągania w większości przypadków nie widać, gdyż oddziaływania są bardzo słabe. Lecz gdy masy ciał są większe (np. obiekty kosmiczne) siła grawitacji zaczyna odgrywać ogromną rolę.

Ciała o różnych masach przyciągają się taką samą siłą: Ziemia przyciąga ucznia z taką samą siłą, jak uczeń Ziemię. Ziemi przyciąga Księżyc, który krąży wokół niej, ale również Księżyc przyciąga Ziemię, która krąży wokół Księżyca! Co prawda orbita ta jest bardzo mała, ale Ziemia również się porusza! Oba ciała okrążają się po różnych orbitach wokół tzw. środka masy.

Prawo powszechnego ciążenia Newtona można wyrazić w następujący sposób: **Każde dwa ciała przyciągają się wzajemnie siłami grawitacji.** Wartość tej siły można wyrazić wzorem:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

gdzie:

G – stała grawitacji

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

m_1, m_2 – masy ciał,

r – odległość pomiędzy ciałami, a dokładniej pomiędzy ich środkami.

PRZYCIĄGANIE CIAŁ

http://phet.colorado.edu/sims/html/gravity-force-lab/latest/gravity-force-lab_en.html

Wszystkie ciała w całym wszechświecie oddziałują ze sobą. W większości przypadków te oddziaływania można pominąć ze względu na ogromne odległości. Dla uproszczenia obliczeń przyjmuje się oddziaływanie tylko pomiędzy dwoma ciałami.

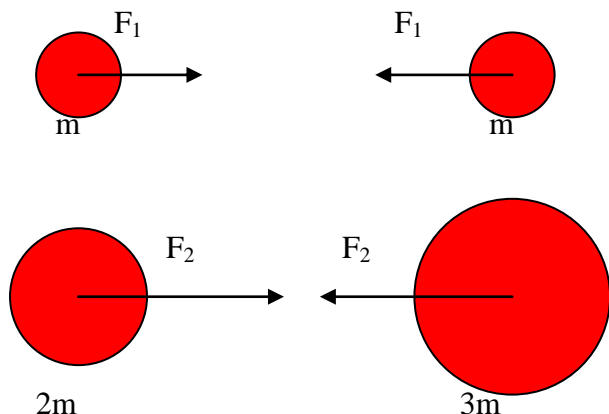
Siły grawitacji działające na ciała w naszym otoczeniu są niewyobrażalnie małe i nie powodują widocznych zmian. Dlatego też rozważając oddziaływanie ciał na Ziemi nie bierzemy pod uwagę sił grawitacji, które działają pomiędzy nimi, a jedynie siłę oddziaływania tych ciał z Ziemią.

Dlaczego wszystko się kręci? W naszym otoczeniu ciała poruszają się zazwyczaj ruchem postępowym. W większej skali dominuje jednak ruch obrotowy, np. księżyc wokół planet, czy planety wokół gwiazd. Ponieważ wszystko się przyciąga, dlatego dzisiaj obserwujemy tylko te obiekty kosmiczne, które nie zderzyły się do tej pory ze sobą.

ZADANIA

Dwie kule o masach m i m , w odległości r , przyciągają się siłami grawitacji (obie siły są identyczne).

Jak zmieni się wartość siły grawitacji, jeśli nie zmienia się odległość pomiędzy kulami, a zastąpimy je kulami o masach $3m$ i $2m$?



W pierwszym przypadku

$$F_1 = G \frac{m \cdot m}{r^2} = G \frac{m^2}{r^2}$$

W drugim przypadku

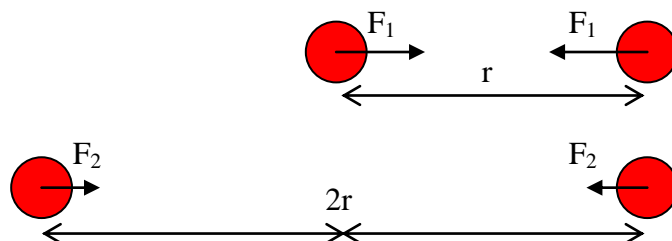
$$F_2 = G \frac{3m \cdot 2m}{r^2} = 6G \frac{m^2}{r^2} = 6F_1$$

Ile razy zwiększy się (zmniejszy) siła grawitacji?

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{6F_1}{F_1} = 6$$

Odp. Jeżeli masa jednego z ciał zwiększy się dwa razy, to siła grawitacji zwiększy się sześć razy

Jak zmieni się wartość siły grawitacji jeśli nie zmieniamy mas kul, a zwiększy się dwukrotnie odległość między nimi?



Pierwszy wzór jest identyczny, jak w poprzednim zadaniu.

W drugim przypadku

$$F_2 = G \frac{m^2}{(2r)^2} = G \frac{m^2}{4r^2} = \frac{1}{4} F_1$$

Ile razy zwiększy się (zmniejszy) siła grawitacji?

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{4} F_1}{F_1} = \frac{1}{4}$$

Odp. Jeżeli odległość pomiędzy ciałami zwiększy się dwa razy, to siła grawitacji zmniejszy się 4 razy.

Oblicz z jaką siłą przyciągają się dwie osoby w klasie siedzące w jednej ławce?

$$m_1=50\text{kg} \quad m_2=60\text{kg} \quad r=0,5\text{m}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{50 \cdot 60}{50^2} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$F = 8,0 \cdot 10^{-11} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 0,00000000008 \text{ N}$$

SPADANIE CIAŁ W POLU GRAWITACYJNYM

<https://www.youtube.com/watch?v=bdgLVtqZyQc>

https://pl.wikipedia.org/wiki/Swobodny_spadek

https://pl.wikipedia.org/wiki/Rzut_pionowy

https://pl.wikipedia.org/wiki/Rzut_poziomy

https://pl.wikipedia.org/wiki/Rzut_uko%C5%9Bny

https://pl.wikipedia.org/wiki/Przyspieszenie_ziemskie

https://pl.wikipedia.org/wiki/Zasady_dynamiki_Newtona

II ZASADA DYNAMIKI

https://pl.wikipedia.org/wiki/Zasady_dynamiki_Newtona#II_zasada_dynamiki

<https://pl.wikipedia.org/wiki/Galileusz>

Podobny sposób myślenia, jak w przypadku ruchu planet, dotyczył również problemów ruchu ciał. Przez stulecia opierano się na obserwacjach. Obowiązywała **teoria Arystotelesa**, według której ciała uzyskują swoje naturalne położenie: lekkie ulatują do góry, a ciężkie spadają w dół. Im ciało cięższe, tym szybciej spada na ziemię.

Jednym z pierwszych uczonych, który zrozumiał rolę eksperymentu fizycznego był **Galileusz**. Jak głosi legenda, zrzucał przedmioty z Krzywej Wieży w Pizie. Jego eksperymenty wykazały, że **czasy spadania ciał, są niezależnie od masy**. Jedynie opór powietrza sprawia, że mogą się one od siebie różnić. Do tej pory wydawało się wszystkim, że im ciało cięższe, tym powinno spadać szybciej. Doświadczenia i

obserwacje zmieniły jednak ten utrwalony od wieków pogląd.

Również w tym przypadku Newton sformułował ogólną zasadę, która opisuje rodzaj ruchu. Jest to tzw. **II zasada dynamiki**. Zgodnie z nią, **o rodzaju ruchu ciała decyduje wypadkowa wszystkich sił działających na ciało. Jeżeli siła wypadkowa jest różna od zera, to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym, a wartość tego przyspieszenia można wyliczyć z wzoru:**

$$a = \frac{F}{m}$$

gdzie: F – wypadkowa sił działających na ciało
i m - masa ciała.

DLACZEGO WSZYSTKO SIĘ KRĘCI

<http://efiz.pl/dsk/dsk10.html>

SWOBODNY SPADEK CIAŁ

https://pl.wikipedia.org/wiki/Swobodny_spadek

Jeżeli ciało spada swobodnie, to jedyną siłą na nie działającą jest siła grawitacji, która nadaje mu przyspieszenie. Mówimy, że Ziemia przyciąga to ciało. Siła grawitacji w przypadku swobodnego spadku (przyciągania ziemskiego) będzie możliwa do obliczenia ze znanego wzoru:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Oznaczmy przez M masę Ziemi i m – masę przyciąganego przedmiotu oraz R – promień Ziemi. Ponieważ badamy niewielkie odległości w trakcie swobodnego spadku, dlatego możemy przyjąć, że odległość przedmiotu od środka Ziemi jest równa jego promieniowi.

Otrzymamy wzór:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Po wyrzuceniu ciała do góry z prędkością początkową v , początkowo porusza się ono ruchem jednostajnie opóźnionym, a następnie po dotarciu do najwyższego punktu zaczyna spadać i porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Czas wznoszenia można wyliczyć z wzoru:

$$t = \frac{v}{g}$$

gdzie v jest prędkością początkową

WNIOSKI

Wnioski wynikające z wzoru na przyspieszenie grawitacyjne.

- Wartość g nie zależy od masy ciała.
- Wartość g zależy od masy Ziemi (planety).
- Wartość g jest odwrotnie proporcjonalne od odległości od Ziemi (planety).
- Im dalej od środka Ziemi, tym przyspieszenie jest mniejsze (do kwadratu).

Przyspieszenie, jakiemu to ciało zostanie poddane (swobodny spadek) możemy obliczyć podstawiając do siebie oba wzory:

$$a = \frac{F}{m}$$

oraz

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

Po prostych przekształceniach otrzymujemy wartość tego przyspieszenia:

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

Wartość tego przyspieszenia oznaczamy literą g i opisujemy jako przyspieszenie ziemskie (grawitacyjne).

$$g = \frac{GM}{R^2} \approx 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Maksymalna wysokość, na jaką wzniesie się ciało można wyznaczyć z wzoru:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

gdzie v jest prędkością początkową.

Czas spadku jest równy czasowi wznoszenia, a prędkość z jaką spadnie ciało jest równa prędkości początkowej.

RZUT UKOŚNY W POLU GRAWITACYJNYM

<http://cmf.p.lodz.pl/efizyka/mod/resource/view.php?id=61>

KROPLA W POLU GRAWITACYJNYM

<http://cmf.p.lodz.pl/efizyka/mod/resource/view.php?id=62>

SWOBODNY SPADEK

<http://efiz.pl/spadek/spadekS4.html>

RZUT POZIOMY W POLU GRAWITACYJNYM

<http://cmf.p.lodz.pl/efizyka/mod/resource/view.php?id=63>

ZADANIA

Oblicz wartość przyspieszenia grawitacyjnego w pobliżu Ziemi. Wykorzystaj wzór: $g = \frac{GM}{R^2}$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

$$M = 6 \cdot 10^{24} kg$$

$$R = 6,37 \cdot 10^6 m$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg}{(6,37 \cdot 10^6 m)^2}$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 6 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{24} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot kg}{(6,37)^2 \cdot (10^6)^2 m^2}$$

$$g = 0,986 \cdot 10^1 \frac{m}{s^2}$$

$$g = 9,86 \frac{m}{s^2}$$

Odp. Przyspieszenie ziemskie wynosi 9,81 m/s²

Siłę grawitacji działającą w pobliżu Ziemi nazywamy często siłą ciężkości lub ciężarem ciała. Jeżeli człowiek waży 60 kg, to z jaką siłą przyciąga go Ziemia? Ile będzie ważył ten człowiek na księżycu? Wykorzystaj wzór: $F=m \cdot g$ i przyjmij, że na Ziemi $g=10 \text{ m/s}^2$ na Księżycu $g=1,6 \text{ m/s}^2$

$$m=60 \text{ kg}$$

$$g=10 \text{ m/s}^2$$

$$F=m \cdot g=60 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 600 \text{ N}$$

Odp. Ziemia przyciąga człowieka o masie 60 kg z siłą 600 niutonów. Jest to też ciężar człowieka na Ziemi.

$$g=1,6 \text{ m/s}^2$$

$$F=m \cdot g=60 \text{ kg} \cdot 1,6 \text{ m/s}^2 = 96 \text{ N}$$

Odp. Ciężar człowieka na Księżycu wynosi 96N

Ze skalnego urwiska o wysokości 80m odpadają kamienie. Po jakim czasie uderzą o ziemię?

Wykorzystaj wzór: $s = \frac{gt^2}{2}$ i przyjmij że przyspieszenie ziemskie wynosi 10 m/s²

$$s=80m \quad g=10 \text{ m/s}^2$$

Po przekształceniu wzór $s = \frac{gt^2}{2}$ przyjmie postać

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$$\text{Podstawiamy dane liczbowe } t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80m}{10 \frac{m}{s^2}}} =$$

$$\sqrt{16s^2} = 4s$$

Odp. Kamienie uderzą o ziemię po upływie 4 sekund

Ania rzuca piłkę i przed złapaniem trzy razy klaszcze. Z jaką minimalną prędkością musi wyrzucić piłkę, aby zdążyć ją złapać? Na jaką wysokość dotrze piłka? Czas jednego klaśnięcia wynosi 0,5s. Przyspieszenie ziemskie przyjmij 10m/s²

Czas od wyrzucenia do złapania piłki to trzy klaśnięcia

$$t = 3 \cdot 0,5 \quad s = 1,5s$$

Czas wznoszenia i czas spadania są jednakowe i wynoszą

$$t_w = t_s = t/2 = 0,75s$$

Prędkość wznoszenia wyliczymy z wzoru

$$v = t \cdot g = 0,75s \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 7,5 \text{ m/s}$$

Wysokość na jaką wzniesie się piłka wyliczymy dwoma sposobami

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(7,5 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 2,8m$$

$$\text{lub } h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (0,75s)^2}{2} = 2,8m$$

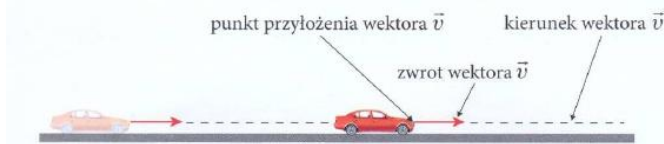
RUCH PO OKRĘGU

https://www.youtube.com/watch?v=ic_46x3Z3X4

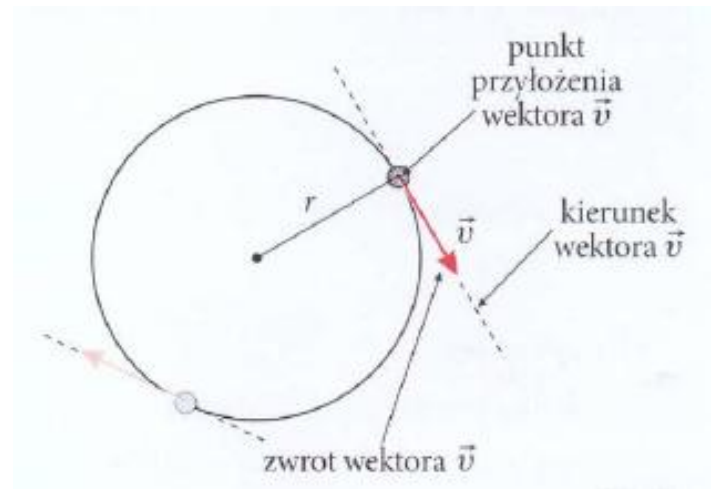
https://pl.wikipedia.org/wiki/Si%C5%82a_do%C5%9Brodkowa

<https://www.youtube.com/watch?v=XH7-QFdvVw>

W ruchu prostoliniowym prędkość ma taki sam kierunek w każdej chwili. Jeżeli nie zmienia się też wartość prędkości, to ruch jest jednostajny (np. samochód jedzie prostym odcinkiem drogi z prędkością 60 km/h).



W ruchu po okręgu, wartość prędkości się nie zmienia (szybkość się nie zmienia). Zmienia się cały czas kierunek. Gdy autobus wjeżdża na rondo pasażerowie czują, że jakaś siła spycha ich na zewnątrz łuku. Podobnie jest na karuzeli i podobnie zachowują się wszystkie ciała, które poruszają się po zakrzywionych torach ruchu.



OKRES – CZĘSTOTLIWOŚĆ w ruchu po okręgu

<https://pl.wikipedia.org/wiki/Cz%C4%99stotliwo%C5%9B%C4%87>

https://pl.wikipedia.org/wiki/Okres_obrotu

Omawiając ruch po okręgu skorzystamy ze związków pomiędzy okresem (częstotliwością), a szybkością. **Okres**, to czas (w sekundach), po którym ciało przebiegnie jeden okrąg. **Częstotliwość** to odwrotność okresu – ile okręgów przebędzie ciało w ciągu jednej sekundy.

$$T = \frac{t}{n}$$
$$f = \frac{n}{t}$$

gdzie: t - czas pomiaru, n - ilość zliczonych okrążeń w trakcie pomiaru

$$T = \frac{1}{f}$$

W ruchu po okręgu również obowiązuje podstawowa zasada kinematyczna

$$v = \frac{s}{t}$$

gdzie: v - prędkość, t - czas, s - droga

W ruchu po okręgu długość jednego okręgu jest równa $s = 2\pi r$, a czas ruchu jest równy okresowi $t = T$. W związku z tym można wyrazić prędkość w następujący sposób

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

lub

$$v = 2\pi r f$$

Po wstawieniu prędkości do wzoru na siłę dośrodkową otrzymujemy nowy wzór uwzględniający okres i częstotliwość.

$$F_d = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = 4\pi^2 \frac{mr}{T^2}$$

$$F_d = 4\pi^2 \frac{mr}{T^2}$$

lub

$$F_d = 4\pi^2 f^2$$

SIŁA DOŚRODKOWA

https://pl.wikipedia.org/wiki/Si%C5%82a_od%C5%9Brodkowa

https://pl.wikipedia.org/wiki/Si%C5%82a_do%C5%9Brodkowa

Jeżeli ciało porusza się ruchem jednostajnym, prostoliniowym, to zgodnie z I zasadą dynamiki nie jest potrzebna żadna siła dla utrzymania tego ruchu (gdy nie ma oporów powietrza).

Jeżeli mamy ruch po okręgu, i ruch również jest jednostajny (nie zmienia się szybkość), to czy potrzebna jest jakaś siła? Okazuje się, że tak! Co prawda **nie zmienia się wartość prędkości**, ale cały czas **zmienny jest kierunek** – ten fakt powoduje, że cały czas na ciało **w ruchu po okręgu działa siła dośrodkowa**.

Kierunek siły dośrodkowej można wyznaczyć intuicyjnie, obracając dowolny przedmiot na nitce – przedmiot próbuje się wyrwać z ręki, a siła która go cały czas utrzymuje w ruchu po okręgu zwrócona jest cały czas do środka.

Wartość siły dośrodkowej obliczamy z wzoru:

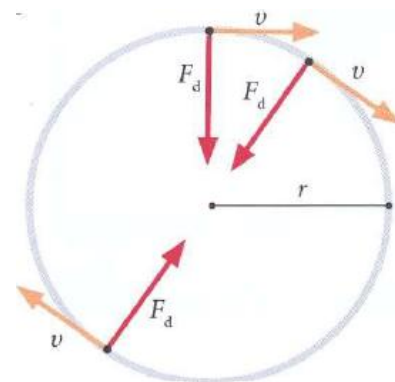
$$F_d = \frac{mv^2}{r}$$

gdzie:

F_d – siła dośrodkowa,

m – masa,

v – prędkość, r - promień



SIŁA DOŚRODKOWA

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/ladybug-motion-2d>

SIŁA DOŚRODKOWA

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/rotation>

SIŁA DOŚRODKOWA I TARCIE

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/torque>

PRZYSPIESZENIE DOŚRODKOWE

https://pl.wikipedia.org/wiki/Przyspieszenie_do%C5%9Brodkowe

II zasada dynamiki Newtona mówi o rodzaju ruchu. Jeżeli na ciało działa siła (wypadkowa siła) to ciało porusza się z przyspieszeniem

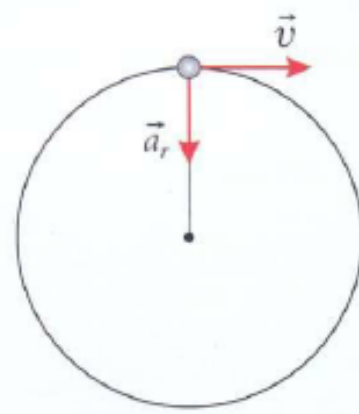
$$a = \frac{F}{m}$$

Na ciało w ruchu po okręgu działa siła dośrodkowa, więc jest też i przyspieszenie, (które nazywamy dośrodkowym). Co prawda sam ruch jest jednostajny (ciało kręci się z taką samą szybkością), ale zmienia się cały czas kierunek prędkości. Wartość przyspieszenia dośrodkowego oznaczamy a_d i wyliczamy z wzoru:

$$a_d = \frac{F_d}{m} = \frac{\frac{mv^2}{r}}{m} = \frac{v^2}{r}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

Wektor przyspieszenia dośrodkowego też jest zwrócony w każdej chwili do środka (jak siła dośrodkowa).

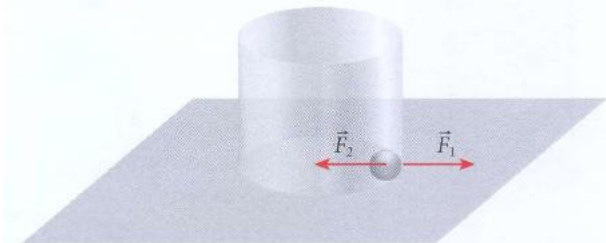


Uwaga

Ruch obrotowy Ziemi sprawia, że każdy z nas porusza się z zawrotną i stałą szybkością ok. 300 m/s (na równiku 500 m/s).

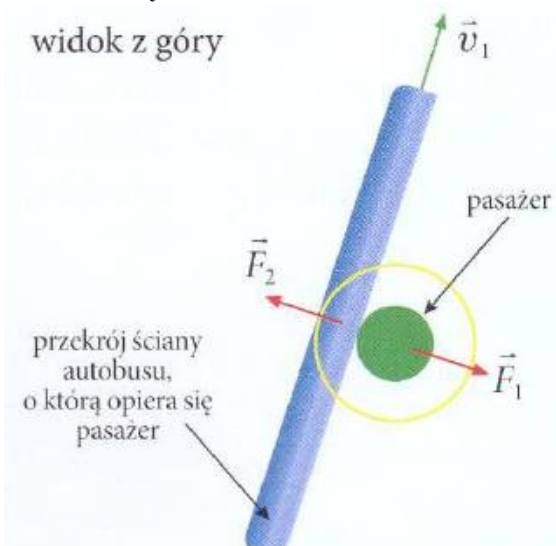
DOŚWIADCZENIA

Kulka w szklance porusza się po okręgu, tak długo, jak zmusza ją do tego oddziaływanie ze ściankami. Gdy ta przyczyna ustaje (szklanka podniesiona do góry) – kulka porusza się ruchem prostoliniowym. Kulka działa na ściankę szklanki siłą nacisku (siła **odśrodkowa**) i taką samą siłą, przeciwnie skierowaną, działa szklanka na kulkę (siła **dośrodkowa**). Jest to III zasada dynamiki Newtona.

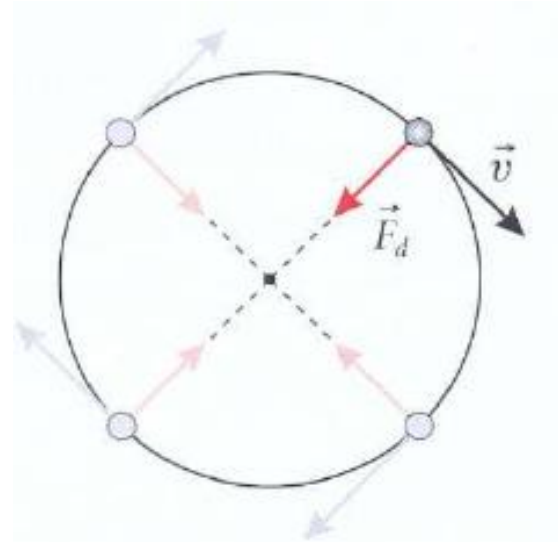


Autobus na zakręcie. Stoisz w poruszającym się autobusie. Gdy porusza się prostoliniowo nie odczuwasz żadnych efektów. Gdy autobus jest na zakręcie, twoje ciało próbuje poruszać się nadal po linii prostej i dlatego naciska na ściany autobusu lub się przemieszcza. Reakcja ściany autobusu sprawia, że twoje ciało porusza się po okręgu. Siła tej reakcji jest właśnie siłą dośrodkową.

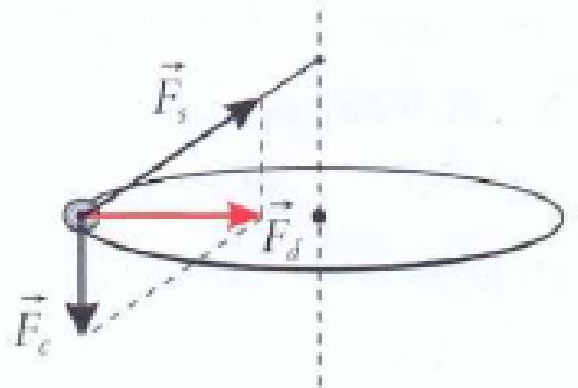
widok z góry



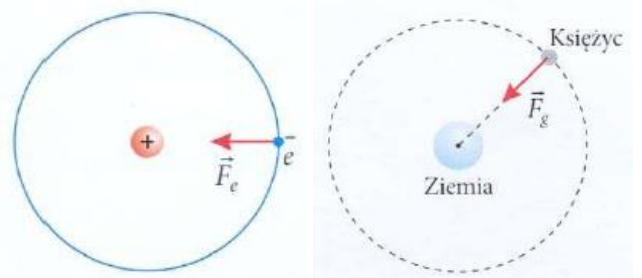
Kulka na nitce. Gdy wprawimy w ruch kulkę na nitce, to porusza się po okręgu. Kulka wypychana jest na zewnątrz, co cały czas odczuwamy (siła odśrodkowa). Ręka wraz z nitką musi równoważyć tę wypychającą siłę. Przy okazji ta równoważąca siła sprawia, że kulka porusza się po okręgu. To jest siła **dośrodkowa**.



Kolejny rysunek pokazuje tę samą kulkę widzianą z boku. Rysunek pokazuje układ sił działających na kulkę. Siła dośrodkowa jest wypadkową siły ciężkości i siły pochodzącej od naciągu nitki. Siła dośrodkowa zwrócona jest zawsze do środka okręgu.

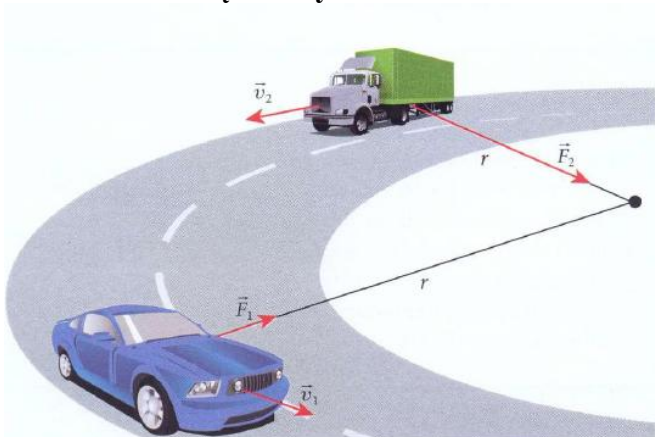


Inne przykłady działania siły dośrodkowej:
elektron wokół jądra,
Księżyc wokół Ziemi



ZADANIA

Po łuku drogi jadą dwa samochody. Promień łuku r . Samochód osobowy o masie m . Samochód ciężarowy o masie $4m$. Ile razy większa siła działa na samochód ciężarowy? O ile większa siła działa na samochód ciężarowy?



Aby odpowiedzieć na pytanie ile razy większa (mniejsza) musimy wyliczyć iloraz tych sił.

$$F_1 = \frac{mv^2}{r}$$
$$F_2 = \frac{4mv^2}{r} = 4 \frac{mv^2}{r} = 4F_1$$
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4F_1}{F_1} = 4$$

Odp. Gdy masa jest 4 razy większa to na samochód działa siła 4 razy większa.

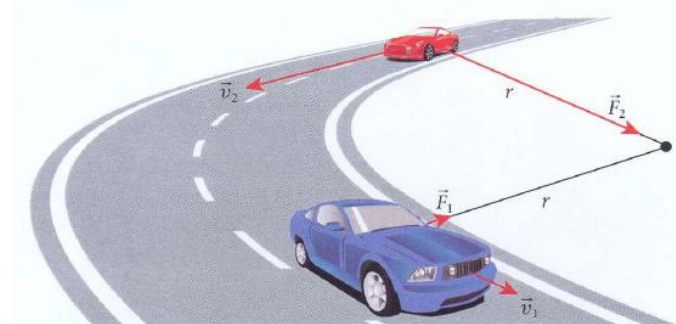
Aby odpowiedzieć na pytanie o ile większa (mniejsza) musimy wyliczyć różnicę tych sił.

$$F_2 - F_1 = 4F_1 - F_1 = 3F_1$$

Odp. Na ciężarówkę działa siła o 3 razy większa od siły działającej na samochód osobowy

Wykonaj podobne obliczenia dla opisanych niżej przypadków.

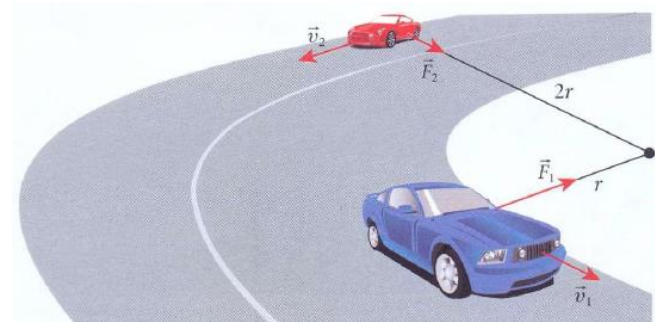
Oba samochody mają jednakowe masy, taki sam promień skrętu, ale różne prędkości v i $4v$.



$$F_1 = \frac{mv^2}{r}$$
$$F_2 = \frac{m(4v)^2}{r} = 16 \frac{mv^2}{r} = 16F_1$$
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{16F_1}{F_1} = 16$$

Odp. Gdy prędkość jest 4 razy większa to na samochód działa siła 16 razy większa.

Oba samochody mają takie same masy, prędkości, ale poruszają się po różnych promieniach r i $4r$.



$$F_1 = \frac{mv^2}{r}$$
$$F_2 = \frac{mv^2}{4r} = \frac{1}{4} \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4} F_1$$
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{4} F_1}{F_1} = \frac{1}{4}$$

Odp. Gdy promień skrętu jest 4 razy większy, to na samochód działa siła 4 razy mniejsza.

Wnioski

- Siła dośrodkowa jest wprost proporcjonalna do masy ciała poruszającego się po okręgu.
- (Ile razy większa masa, tyle razy większa siła)
- Siła dośrodkowa jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości ciała poruszającego się po okręgu.
- Siła dośrodkowa jest odwrotnie proporcjonalna do promienia okręgu ciała poruszającego się po okręgu.

Przy jakiej częstotliwości obrotów karuzeli o promieniu 10 metrów, siła dośrodkowa działająca na pasażera o masie 60 kg będzie wynosiła 600 niutonów?

Prędkość liniową pasażera znajdziemy przekształcając wzór

$$F = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F \cdot r}{m}}$$

Po podstawieniu wartości otrzymamy

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{600N \cdot 10m}{60kg}} = \sqrt{100 \frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m}{kg}} = 10 \frac{m}{s}$$

Częstotliwość wyliczymy z wzoru

$$v = 2\pi r f \rightarrow f = \frac{v}{2\pi r}$$

Po podstawieniu wartości

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{10 \frac{m}{s}}{2 \cdot 3,14 \cdot 10m} = 0,16 \frac{1}{s}$$

Odp. Przy częstotliwości $0,16 \text{ s}^{-1}$ na pasażera działa siła 600N

Jaka siła dośrodkowa będzie działać na pasażera o masie 60kg siedzącego na karuzeli obracającej się z prędkością 10m/s ? Promień zataczanych okręgów wynosi 10 metrów.

$$m=60 \text{ kg}$$

$$r=10 \text{ m}$$

$$v=10 \text{ m/s}$$

Podstawiamy do wzoru

$$F_d = \frac{mv^2}{r} = \frac{60kg \cdot \left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{10m} = 600 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 600N$$

Odp. Na pasażera karuzeli działa siła dośrodkowa o wartości 600 niutonów

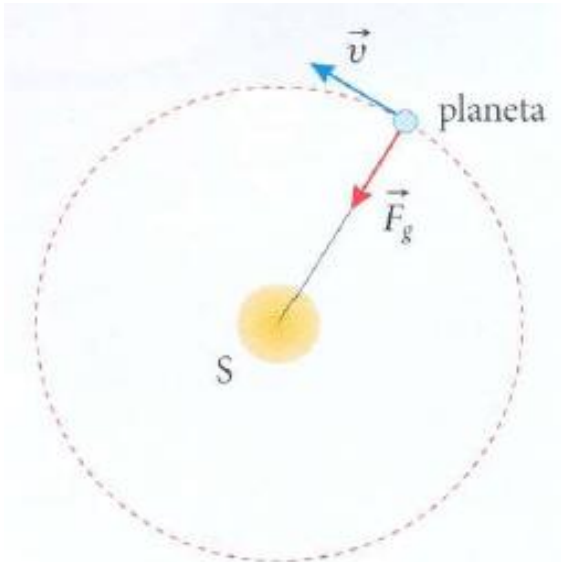
SATELITY

<https://pl.wikipedia.org/wiki/Grawitacja>

<https://www.youtube.com/watch?v=MX2M6Pvq8VY>

<https://www.youtube.com/watch?v=HnWh35ffQ5o>

Skoro torem ruchu Ziemi wokół Słońca jest okrąg (w przybliżeniu), więc **siłą utrzymującą Ziemię w tym ruchu jest siła też dośrodkowa**.



Z poprzednich rozważań wiemy również, że **Ziemia i Słońce przyciągają się siłami grawitacyjnymi** (Newton).

Możemy więc te dwie siły ze sobą powiązać.

$$F_{\text{dośrodkowa}} = F_{\text{gravitacji}}$$

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Równanie to ma ogromne znaczenie w obliczeniach astronomicznych. Aby umożliwić obliczenia szkolne przyjmuje się szereg uproszczeń:

- Wszelkie obliczenia dotyczą okręgów, podczas gdy w rzeczywistości są to elipsy.
- Promień okręgu jest średnią odległością od np. Słońca.
- Gdy obliczamy oddziaływanie pomiędzy np. Ziemią i Słońcem, nie bierzemy pod uwagę przyciągania innych obiektów. Duże odległości sprawiają, że te oddziaływania są pomijalne.
- Kolejne uproszczenie dotyczy wielkości obiektów – przyjmujemy, że cała masa skupiona jest w jednym punkcie (środku) i traktujemy planety jak małe kulki.
- Skoro traktujemy planety, jak małe kulki, to łatwo jest obliczyć pomiędzy nimi odległości.

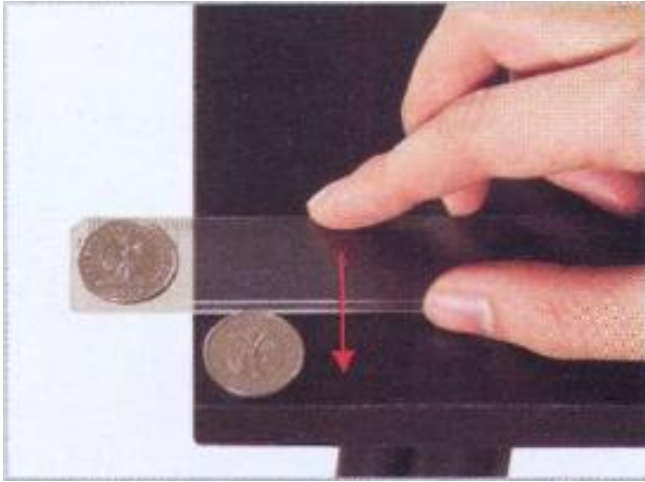
Od roku 1957 w kosmosie krążą także sztuczne satelity - obiekty wysłane przez człowieka, głównie obiegające Ziemię, a także niektóre inne planety, takie jak Mars, Jowisz czy Saturn.

Wokół Ziemi krąży parę tysięcy sztucznych satelitów oraz jeszcze więcej odłamków pozostałych po ich zniszczeniu. Kilkanaście tysięcy sztucznych satelitów uległo już zniszczeniu - spaliło się w górnych warstwach atmosfery.

Bez satelitów (większość z nich ma tak małe rozmiary, że zmieściłaby się w pokoju) nie sposób wyobrazić sobie współczesnego życia. Wymieńmy chociażby telewizję satelitarną lub system GPS pokazujący drogę kierowcom. Największym i najjaśniejszym sztucznym satelitą Ziemi jest Międzynarodowa Stacja Kosmiczna, czyli ISS1, budowana od 1998 roku.

Doświadczenie

Kładziemy monetę na stole i uderzamy linijką. Im większa siła uderzenia, tym większa prędkość „pocisku” i tym dalej poleci. Jest to przykład tzw. rzutu poziomego.



Na płaskiej powierzchni zagadnienie to nazywamy **rzutem poziomym**.

Czas ruchu (spadania) określony jest wzorem:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Zasięg w rzucie poziomym obliczamy z wzoru:

$$d = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Newton rozważał ten problem wyobrażając sobie wystrzeliwane z działa pociski. Większa prędkość początkowa pocisku powoduje, że leci on dalej. Przy jakiej prędkości pocisk nie spadnie na Ziemię, tylko zacznie ją okrążyć? Dalej cały czas spada, ale krzywizna Ziemi powoduje, że nie może spaść!

Możemy tę prędkość wyliczyć z poprzedniej zależności $F_d = F_g$. Jest to jedna z najważniejszych zależności wykorzystywanych wspólnie przy wszelkiego rodzaju obliczeniach dotyczących sztucznych satelitów.

GRAWITACJA I ORBITY

<http://phet.colorado.edu/en/simulation/gravity-and-orbits>

SATELITY

http://fizyka.zamkor.pl/aplety/programy_do_lfp1/Satelity/satelity.htm

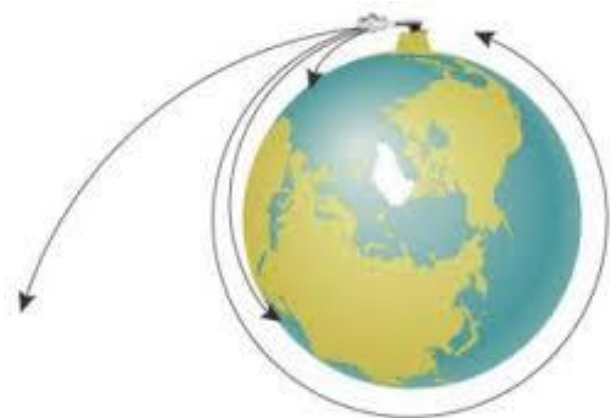
I PRĘDKOŚĆ KOSMICZNA

https://pl.wikipedia.org/wiki/Pr%C4%99dki%C5%9B%C4%87_kosmiczna#Pierwsza_pr.C4.99dki.C5.9B.C4.87_kosmiczna

<https://sites.google.com/site/wyprawanaksiezyc/teoria/i-ii-iii-predkosc-kosmiczna>

http://www.fizykon.org/grawitacja/grawitacja_pierwsza_predkosc_kosmiczna.htm

Jaką prędkość należy nadać sztuczemu satelicie, aby mógł krążyć wokół Ziemi?



Wykorzystujemy zależność opisaną poprzednio, która wiąże ze sobą siłę dośrodkową i siłę grawitacji. Aby satelita utrzymał się na orbicie, siły te muszą być sobie równe.

$$F_d = F_g$$

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

gdzie:

m , m_1 – masa satelity (oznaczamy m)

m_2 – masa Ziemi (oznaczamy M) – $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

r – promień Ziemi (oznaczamy R) – $6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$

G – stała grawitacji – $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$$

Po dalszych przekształceniach:

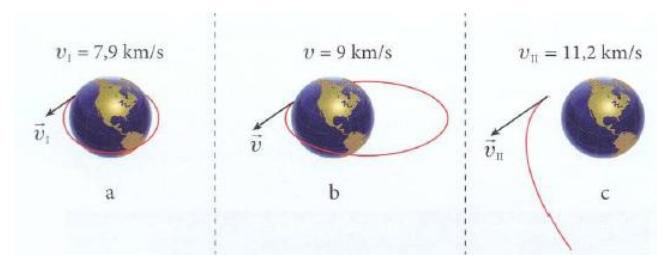
$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$v = 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Wartość tę nazywamy **pierwszą prędkością kosmiczną** dla Ziemi. Jest to minimalna prędkość potrzebna aby wystrzelony z Ziemi obiekt utrzymał się na orbicie ziemskiej.

Jeżeli satelita okrąży Ziemię tuż przy powierzchni, to ta szybkość jest równa $7,9 \text{ km/s}$. Jeśli nadamy satelicie większą prędkość początkową, to będzie okrążył Ziemię, ale tor ruchu będzie elipsą. Nadanie pociskowi prędkości $11,2 \text{ km/s}$ (tzw. **druga prędkość kosmiczna**) spowoduje, że „ucieknie” poza orbitę Ziemi – pokona jej przyciąganie.



Ponieważ satelity nie mogą krążyć zaraz nad powierzchnią Ziemi, ze względu na hamujący wpływ atmosfery ziemskiej, dlatego krążą nad atmosferą. Przyjmuje się, że tą graniczną odległością jest ok. 160 km , a wzór na prędkość przyjmuje postać:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+r}}$$

gdzie: r – odległość satelity od powierzchni Ziemi.

SATELITA GEOSTACJONARNY

https://pl.wikipedia.org/wiki/Orbita_geostacjonarna

W telekomunikacji i meteorologii wykorzystuje się tzw. **satelity geostacjonarne**. Okres obiegu wokół Ziemi takiego satelity jest równy jednej dobie, co powoduje, że satelita taki pozostaje w miejscu na niebie, dla obserwatora znajdującego się na Ziemi – wisi stale w tym samym miejscu. Jaki jest promień orbity geostacjonarnej?

Aby satelita cały czas „wisiał” nad jednym punktem Ziemi. Jego prędkość musi być równa prędkości obrotowej Ziemi.

Prędkość satelity w odległości r od powierzchni Ziemi ($R+r$ od środka Ziemi) wyliczamy z wzoru:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+r}}$$

Prędkość obrotu satelity, gdzie T okres obrotu, czy jedna doba. $T=86400s$, wyliczamy z wzoru:

$$v = \frac{2\pi(R+r)}{T}$$

III PRAWO KEPLERA A GRAWITACJA

https://pl.wikipedia.org/wiki/Prawa_Keplera#Prawa_Keplera

W uproszczonych obliczeniach dotyczących satelitów i planet wykorzystuje się III prawo Keplera, i wzór wymyślony po żmudnych obserwacjach. Wiąże on ze sobą okresy obiegu planet wokół Słońca i ich średnie odległości od Słońca. Dla dowolnych dwóch planet zachodzi związek:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

Oznacza to, że dla każdej planety Układu Słonecznego i Słońca zachodzi związek pomiędzy okresem obiegu i średnią odległością od Słońca.

Prawo Keplera można stosować do opisu ruchu wszelkiego rodzaju obiektów krążących wokół siebie: planet, gwiazd i sztucznych satelitów.

Zależność tę można wyprowadzić z powszechnego prawa ciążenia planet.

Porównujemy te dwie prędkości

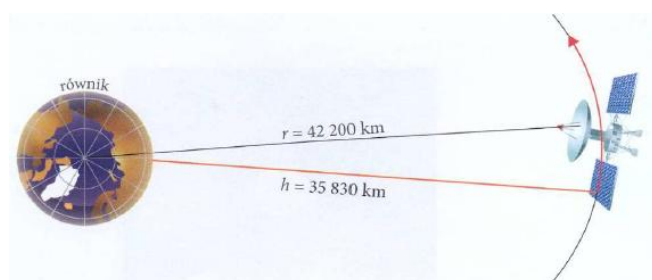
$$\sqrt{\frac{GM}{R+r}} = \frac{2\pi(R+r)}{T}$$

skąd otrzymujemy

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy odległość 35830 km.

Satelita geostacjonarny powinien krążyć 35830 km nad powierzchnią Ziemi.



$$F_g = G \frac{mM}{R^2}$$

$$F_d = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Przyrównujemy obie siły, podstawiamy wzór na prędkość, porządkujemy i otrzymujemy zależność:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{2\pi}{GM}$$

Po prawej stronie znajduje się wielkość stała, a lewa strona, to prawo Keplera.

NIEWAŻKOŚĆ

<https://pl.wikipedia.org/wiki/Niewa%C5%BCko%C5%9B%C4%87>

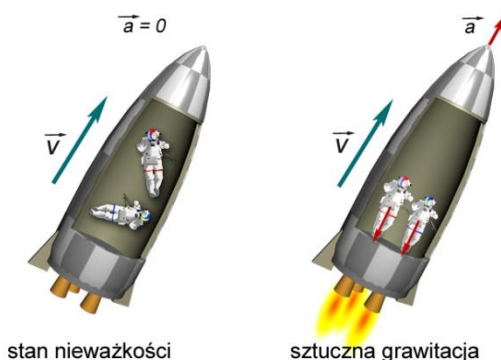
<https://pl.wikipedia.org/wiki/Przeci%C4%85%C5%BCenie>

https://pl.wikipedia.org/wiki/Winda_kosmiczna

Od pierwszego lotu człowieka w kosmos minęło już pół wieku i loty nie wzbudzają już takich sensacji jak kiedyś. Jednym z ciekawszych zjawisk, jakie napotykają w przestrzeni kosmicznej ludzie tam pracujący jest nieważkość, czyli brak przyciągania. Jakie warunki muszą wystąpić, aby osiągnąć ten stan? Czy można go zaobserwować w życiu codziennym?

Brak przyciągania w warunkach ziemskich wystąpi jeśli wszystkie siły działające na ciało się zrównoważą, i głównym problemem jest siła przyciągania ziemskiego. Aby ją zrównoważyć (wylimitować) wystarczy, że ciało będzie swobodnie spadać. Wtedy znikają wszelkie oddziaływania w układzie, który porusza się z przyspieszeniem ziemskim. Na przykład w spadającej swobodnie windzie czy samolocie nie odczujemy oddziaływania z jej ścianami, bo one również spadają z tym samym przyspieszeniem.

Podobne zjawisko występuje na orbicie ziemskiej. Siła grawitacji która występuje w takiej odległości równoważy siłę odśrodkową związaną z ruchem po okręgu.



Aby wywołać sztuczną grawitację w rakiecie, która krąży na orbicie Ziemskiej, wystarczy włączyć silniki i nadać rakiecie przyspieszenie. Jeśli przyspieszenie rakiety będzie miało wartość g , kosmonauci poczują się, jak na Ziemi. W realnej sytuacji jest to praktycznie niemożliwe ze względu na brak wystarczającej ilości paliwa.

Zjawiskiem odwrotnym do stanu nieważkości jest przeciążenie – na ciało działają się większe niż siła grawitacji. W opisywanym samolocie przeciążenia występują w trakcie startu, gdy silniki nadają przyspieszenie, lub w trakcie lądowania, gdy samolot traci prędkość.

LĄDOWNIK KSIĘŻYCOWY

http://phet.colorado.edu/sims/lunar-lander/lunar-lander_pl.html